

Les mathématiques au Maroc: Instances d'Emergence et de déclin

**A l'occasion de la journée Internationale de
mathématiques le 14 Mars 2023**

Abdelmalek Azizi
Département de mathématiques
Faculté des Sciences
Université Mohammed Premier ,
Oujda, Maroc

كلية العلوم
 Faculté des Sciences
 Oujda

جامعة محمد الأول
 UNIVERSITÉ MOHAMMED PREMIER Oujda

Le Département de Mathématiques de la Faculté des Sciences Oujda en collaboration avec le PEDoc de l'UMP Célèbrent :

La Journée Internationale des Mathématiques
 14 Mars 2023

π

Comité d'organisation : Njib Tsouli
 El Bekkaye Mermi
 Aissa Sghir

Amphithéâtre de la Bibliothèque
 à 10h35min

Intervenant :
Pr. Azizi Abdelmalek
 Directeur du PEDoc de l'UMP
 Professeur de mathématiques (FSO)

Les Mathématiques au Maroc
 Instances d'émergence et de déclin
 الرياضيات في المغرب بين الركود و الإزدهار

Pr. Abdelmalek Azizi Université Mohammed Premier Oujda Maroc

Plan

- Introduction
- Les mathématiques dans le monde Musulman
- Histoire d'Emergence et de Déclin des Mathématiques au Maroc
 - Période de la naissance
 - Période de l'émergence
 - Période du Déclin
- Leçons Didactiques de l'expérience de Ibn Al Banna
- Conclusions

Introduction

- Comme disait Kronecker « Dieu a créé les entiers et l'homme a fait le reste ». Depuis l'existence de l'homme les mathématiques ont évolué et évoluent petit à petit. Plusieurs civilisations ont contribué à son développement; notamment les babyloniens, les Egyptiens, les chinois, les Hindous, les Grecques et les musulmans.
- En particulier, chez les Grecques, on trouve des pionniers de la géométrie et de l'Arithmétique tels que: Thalès, Pythagore, Euclide et son livre « les éléments », Diophante, et d'autres. C'est aussi au sein de cette civilisation qu'on a vu naître les problèmes historiques la quadrature du cercle, la trisection de l'angle et la duplication du cube.

Introduction

- La naissance de l'empire musulmane avait été accompagnée d'un développement intellectuel dans tous les domaines scientifiques anciens ainsi que dans les nouveaux savoirs qui avaient commencé à se constituer à cette époque.
- Pour des besoins socio-économique rencontrés, entre autres, dans certains problèmes en héritage, en commerce, en linguistique, en Astronomie et en Astrologie, les Arabes et les Musulmans avaient abordé plusieurs questions scientifiques dans tous les domaines et nous ont laissé un héritage scientifique en Or.
- En particulier, il y avait un grand développement des Mathématiques dans toutes les régions du monde Musulman. On trouve Al-Khwarizmi avec ses livres de base en Algèbre et en Arithmétique et le Marocain Ibn Al Banna avec ses travaux de recherche, et ses méthodes d'enseignement qui constituent de véritables leçons de méthodologies, de didactiques et d'Ethiques qu'il faut suivre.

Les Mathématiques dans le monde Musulman

Les premiers travaux de base ont été réalisés par d'Al Khawarizmi (~ 783–850) en Algèbre et en Arithmétique. Ces derniers travaux regroupent en particulier:

- ses contributions dans l'étude des équations du second degré,
- Son apport dans le développement des techniques de calcul à l'aide du système décimal,
- sa méthode, de résoudre les problèmes étape par étape dans un ordre clair. Ce qui va donner naissance à l'Algorithmique en mathématiques et sciences de l'ordinateur.

Après les travaux d'Al Khawarizmi; d'autres travaux ont été enregistrés au moyen Orient, en Egypte, au Maghreb et en Andalousie.

- En particulier on trouve les remarquables travaux de Thabit Ibno Qurra (836–901) sur les nombres amiables, les travaux d'Abou Kamil (m.930) et ceux d'al-Karaji (m. 1029) en Algèbre, les travaux d'al-Khayam (1048–1131) sur les équations du 3^{ème} degré et les travaux d'As-samaw'al Almaghribi(1275) sur les polynômes (auteur d'un livre en algèbre intitulé « al-Bahir fi'l-jabr »).

Les Mathématiques dans le monde Musulman

- En particulier, les travaux en mathématiques avaient passé par trois étapes Importantes:
 - 1^{ère} étape, c'est la période où les preuves reposent sur des opérations algébriques en plus de la géométrie (Al Khawarizmi (781-847), Abou Kamil(850-930), ..)
 - 2^{ème} étape, c'est la période de l'utilisation de l'Arithmétique dans les preuves algébriques (Al Karaji(953- 1029) , Al-Samouil Al Maghribi (-1175). Période de l'apparition de l'Analyse Combinatoire et les formules suivantes(suite à des études sur les polynômes):

$$(x + y)^n = \sum_k \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{n+1}^{p+1} = C_{n+1}^p + C_n^p$$

- 3^{ème} étape, c'est la période de l'utilisation de la Géométrie dans les preuves des équations algébriques. (Al Khayam(1048-1131) , Attoussi (1135-121))

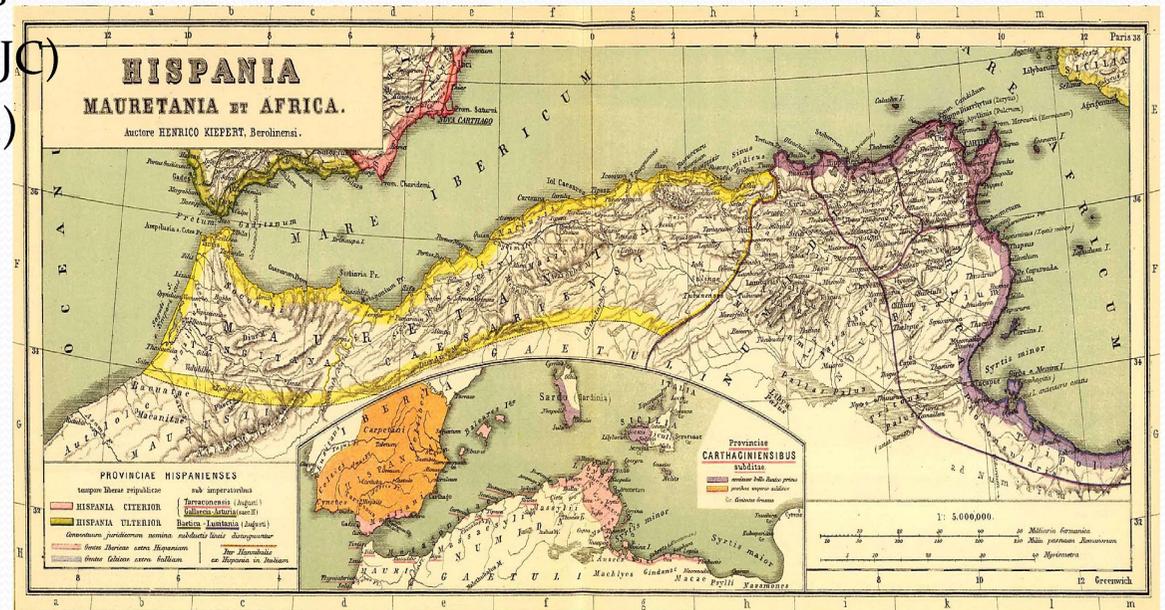
Le Maroc de l'Antiquité et les mathématiques

- A l'époque du royaume de la grande Mauritanie; le Maroc a été gouverné dans un premier temps par Bucchus(110 à 80 av J.C.), Sosus (80 à 49 av JC) ses deux fils Bucchus II et Bogud (49 à 33 av JC) par un Roi Juba II (25 av JC à 23 ap JC) et son Fils (23 à 40 ap JC).

Juba II était un grand scientifique qui a fait ses études à Rome où il était élevé.

Les Historiens racontent qu'il croyait avoir acheté une copie originale du livre de mathématiques de Pythagore ; mais cette dernière copie n'était pas originale!

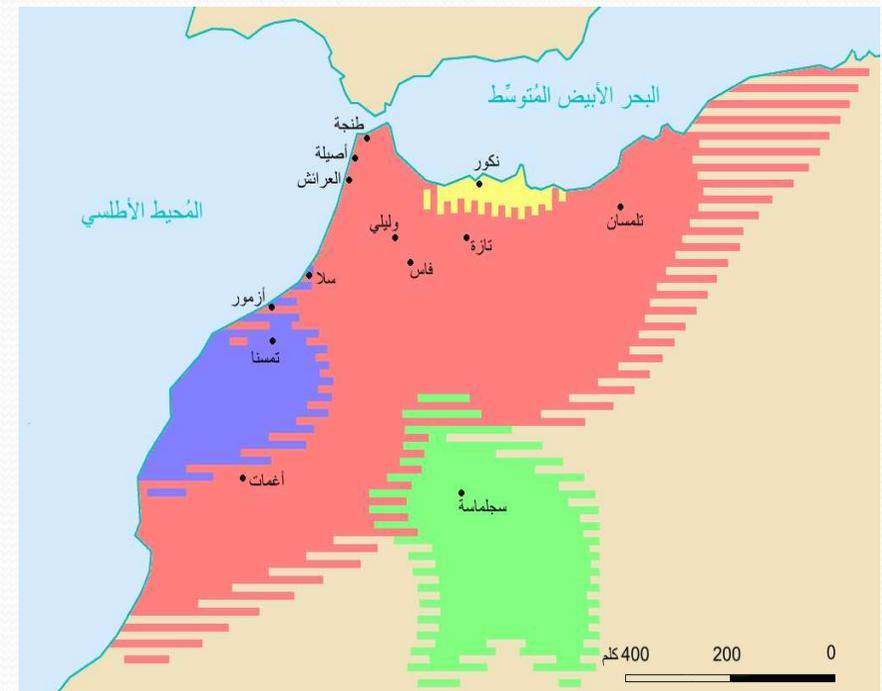
- C'est tout ce que j'ai pu avoir comme information sur les Mathématiques du Maroc avant les conquêtes Musulmanes; mais au moins l'architecture des monuments de Volubilis atteste qu'il y avait une pratique de Géométrie très importante par ses habitants.



Les Mathématiques au Maroc: Période de la naissance

Début des Mathématiques au Maroc:

- ✓ Suite aux Conquêtes Islamiques:
 - Plusieurs conquérants se sont installés au Maroc et surtout au nord Marocain
 - il y avait diffusion de la langue Arabe
 - Apparition de problèmes linguistiques
- ✓ 792 Apparition de l'écriture des nombres actuel (Calligraphie Kufi و هدي حساب)
- ✓ Naissance de l'Université Al Quaraouiyine (construite à partir de 859 sous le reine des Idrissides)
Apparition de la calligraphie Maghribi
- ✓ A Nakkour en 875: Naissance du premier livre d'Arithmétique de Moussa Ibn Yassine



Les Mathématiques au Maroc: Emergence

- Après le 11^{ème} siècle, les Marocains (commerçants, militaires, politiciens,), suite à leurs besoins, étaient confrontés à des problèmes d'Algèbre, d'Arithmétique, de calcul, d'écriture des mots, d'écriture des nombres,...
- Par suite, beaucoup de résultats étaient établis par Al Hassar (12^{ème} siècle), Ibn Al Yassamin(m. 1204), Ibn Muneim(m. 1228), Al-Hassan al-Marrakchi (... , 1262), Ibn Al Banna(1256-1321), Ibn Ghazi al-Meknassi(1437-1513) et d'autres.
- En particulier la poésie a été utilisée comme moyen d'édition et de publication, de transmission et de mémorisations des connaissances scientifiques et en particulier des résultats de mathématiques : Ibn Al Yassamin (...-1204), Ibn Ghazi al-Meknassi (1437-1513) , Assamlali(1721)...

Les Mathématiques au Maroc: Emergence

Les Savants Marocains nous ont laissés de très importants manuscrits de mathématiques.

En particulier,

- ✓ le livre de Ibn Muneim “Fikh Al Hissab”(La science du Calcul)
- ✓ les livres de Ibn al-Banna “*Talkhis amal al-hisab* ” (Sommaire des opérations arithmétiques/*Summary of arithmetical operations*), “*Raf al-Hijab* ” (Lever du voile /*Rising of the veil*) » et *Tanbih Al Albab* (Avertissement aux intelligents);

contenaient un grand nombre de résultats en Mathématiques: Analyse Combinatoire, Algèbre , Arithmétique, les nombres Figurés, les nombres amiables, les séries ... :

Analyse combinatoire: du livre d'Ibn Al Banna « *Tanbih Al Albab* » ou celui de Ibn moun'im « *Fikh Al Hissab* »

Combinaison de n lettres p à p

$$C_n^p = \sum_{k=1}^{n-1} C_k^{p-1}$$

Permutation de n lettres

$$P_n = n!$$

Permutation de n lettres avec répétition de r lettres k_1, k_2, \dots, k_r fois

$$P_n^r = \frac{n!}{k_1!k_2!\dots k_r!}$$

Analyse combinatoire: du livre d'Ibn Al Banna « *Tanbih Al Albab* » ou celui de Ibn moun'im « *Fikh Al Hissab* »

Différentes lectures d'un mot de n lettres en permutant vowels et sukun

$$S_n = 4S_{n-1} - 3S_{n-3}$$

Arrangement de n lettres k à k avec vowels et sukun et leur disposition dans des tables

$$A_n^k = S_k P_k C_n^k$$

La formule attribuée à Pascal (1623-1662)

$$C_n^p = \frac{n - p + 1}{p} C_n^{p-1}$$

Et aussi

- ❖ On trouve aussi dans les livres de Ibn Al Banna beaucoup d'autres questions qui ont été étudiées notamment en Algèbre et en Arithmétique :
- ✓ L'une des premières démonstration algébrique en Mathématiques («*Raf al-Hijab* ») (Djebbar, A., L'Algèbre arabe, Genèse d'un Art. VUIBERT-ADAPT, 2005)
- ✓ *Preuves des opérations* $(-)(-) = +$, $(+)(-) = (-)$,
- ✓ Caractérisation des entiers naturels qu'on peut écrire sous la forme de somme de deux carrés d'entiers naturels.
- ✓ Le livre *Raf al-Hijab*, contient la notion de fractions continues qui ont été utilisés pour calculer une approximation des racines carrées.
- ✓ $\sqrt{n^2 + r} = n + \frac{r}{2n}$

De plus

- ❖ Le livre de Ibno Munim “Fikh Al Hissab (La science du Calcul)” contient des résultats d’analyse combinatoire, des approximation des racines cubiques, les nombres figurés, les nombres amiables(18416,17296) et une preuve utilisant le principe d’induction mathématique proprement dit.
- ❖ Utilisation du Symbolisme Algébrique par Al Hassar (12^{ème} siècle) le premier qui a utilisé la barre dans l’écriture des nombres rationnels, Ibn al-Yassamin(-1204) (voir le livre de Jebbar [8]), Ibn Qunfudh(1339-1407), ...
- ❖ Classification des mathématiques par Ibn Rachiq(1275) de Ceupta.

Dans ce livre on trouve plusieurs applications:

- Calculs du niveau dans un canal d'irrigation,
- Explications mathématiques des lois islamiques sur l'héritage,
- Détermination de l'heure de prière [[Asr]] ,
- Calculs des taxes légales à la suite d'un retard de paiements,
- Explication des fraudes d'instruments de mesure,
- Enumération des prières ratées et qu'on doit rattraper dans un ordre précis.

Les Mathématiques au Maroc: Déclin

- Après le 15^{ème} siècle, on ne trouve pas de travaux en mathématiques, à part la poésie de mathématiques de As-samlali en 1721.
- Il y avait naissance de la cryptographie numérique et la signature numérique (fin du 16^{ème} siècle et 17^{ème} siècle)
- A l'époque du Sultan Mohammed IV un effort considérable a été fait entre 1859-1873:
 - ✓ Il avait traduit plusieurs livres des mathématiques modernes à l'Arabe,
 - ✓ Il a envoyé des étudiants à l'étranger,
 - ✓ Il avait étudié les éléments d'Euclide,
 - ✓ Il avait enseigné lui-même les mathématiques et surtout la Géométrie.
- Mais malheureusement, il n'y avait pas de changement, suite à l'instabilité du Maroc, la mort du Sultan Mohammed IV et le protectorat.

Exemples de contributions en Mathématiques(2)



Ibn Al-Banna(1256-1321)

Calculus Tables

Pr. Abdelmalek Azizi Université Mohammed Premier Oujda Maroc

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ وَحَلَّاهُ عَلِيمٌ بِمَا نَرَى مِنْهَا مَحْتَمِلٌ

الحمد لله علم ما لا يعلم ،
 وحلوات الله لم يزلوا يعلو ،
 والشك للعلمي الزكي العالِم ،
 بهما والنزديين ما فرأى شكلا ،
 جزه رب الناس على خير ما ،
 كلفه من أمر ما عجايبه ،
 أو فوض البيهية المفيدة ،
 موزونة على نكاح الزجر ،
 بل لا يعجزنا من هـ ،
 جعلت ما هـ أعلم اعتبارا ،
 على ثلاثة يدور العجب ،
 بالمال كما ورد مرجع ،
 والعدو المخلعة ما لم ينسب ،

و من تعلية وجهه ،
 علم النبي الله كبحي عيسى ،
 استأخذنا محوريه فاسم ،
 وبير الفاضل متى به هـ ،
 واجزها جرد به هـ ،
 والأرواحها المخلو به ،
 في أخرى فلياة من كنهه ،
 كنه المعنى بعينه موجز ،
 ولم أجبر من مـ مـ ،
 فليست الزلة جيب الفار ،
 المال والبر والشم الجزر ،
 وجره وأمره ما غلب ،
 للذي لا ينور ما به تصب

Ibn Al Yassamin(...-1204)

Poetry in Algebra

Leçons de l'expérience de Ibn Al Banna

Ibn Al-Banna al-Marrakushi al-Azdi, un mathématicien, linguiste et astronome Marocain.

Il a plus de 82 livres en Mathématiques, Linguistique, Astrologie, Astronomie, Sciences religieuses et autres.

Il a travaillé en Algèbre, Théorie des nombres, Analyse combinatoire et en approximation...

Il a appliqué ses résultats dans le domaine socio-économique de l'époque et en particulier il avait appliqué ses résultats d'approximation pour calculer des longitudes planétaires. Un endroit (cratère d'impact) sur la face visible de la Lune porte son nom depuis 1976

Leçons de l'expérience de Ibn Al Banna

- Il avait enseigné à Marrakech et Fès et avait vécu la période des Mérinides où il y avait naissance de plusieurs écoles ou collèges dans plusieurs villes du Maroc.
- Livres de mathématiques enseignés: Les éléments d'Euclide, les livres d'Arithmétique de Diophante, les deux livres d'Al Khawarizmi, Le livre d'Algèbre de Abou Kamil,
- Méthodes de raisonnement et de démonstration utilisés: l'Analyse et la synthèse, méthodes géométriques en Algèbre, méthodes d'analyse combinatoire en Algèbre, l'induction en montrant que si $P(n)$ vrai entraîne $P(n+1)$ vrai alors $P(n)$ est vrai pour tout $n...$

Leçons de l'expérience de Ibn Al Banna

- Ibn Al Banna était un grand Savant et un enseignant de première classe:
 - il était Maître du lieu de sa fonction,
 - Il maîtrisait son cours
 - Ses cours se caractérisaient par:
 - ✓ Leurs simplicités
 - ✓ Ils étaient présentés sous une forme résumée et une forme détaillée
 - ✓ Il avait appliqué les notions enseignées à des cas concrets de problèmes de leur vie socio-économique, d'Astronomie

Leçons de l'expérience de Ibn Al Banna

- Ibn Al Banna avait été critiqué sur ses méthodes pédagogiques: Il a répliqué dans la poésie suivante.

قصدتُ إلى الوجازة في كلامي
لِعِلْمِي بالصواب في الإختصار
ولم أحتذرُ فُهوماً دون فهمي
ولكن خفت إزراء الكبار
فشأن فحولة العلماء شأني
وشأن البسط تعليم الصغار

« J'ai cherché la concision dans mes exposés; sachant que l'exactitude réside dans la concision... »

Leçons de l'expérience de Ibn Al Banna

- Ses travaux ont été commentés par un grand nombre de savants dans les six siècles suivants; en particulier Ibn Haydour écrit une poésie d'éloge envers son maître Ibn Al Banna et sa pédagogie.
- Beaucoup de commentateurs des livres de Ibn Al Banna avaient écrit des livres explicatifs des travaux de Ibn Al Banna aux étudiants:
 - Tohfat Attolab fi Ilm Al hissab (la parure des étudiants sur la science du calcul); Ibn Haydour (1413).
 - Boghiat Attolab fi sharh Muniat Al Hossab (le désir des étudiants dans l'explication de la mounya (le souhait des calculateurs: 461 vers)); Ibn Ghazi Al maknassi (1437-1513).

Leçons de l'expérience de Ibn Al Banna

- Erreur d'Ibn Al Banna: l'un de ses premiers livres est un livre de rappels des notions déjà connu en Algèbre; il a été soupçonné par les historiens d'avoir tout simplement copiés des chapitres des livres d'autres savants comme Al Hassar (12^{ème} siècle).
- Une leçon à tirer de cette histoire, c'est qu'il faut éviter de copier mot à mot des autres écrits et s'il y a un besoin on doit introduire des citations

Conclusions

- On peut tirer plusieurs leçons pédagogiques, de méthodologies, de didactiques et d'Ethiques de notre héritage scientifique et techniques; qu'on peut utiliser et appliquer dans nos cours pour rendre la compréhension naturelle et la mémorisation facile et ainsi attirer nos étudiants et faire aimer notre discipline.
- D'autres méthodes peuvent être travaillées pour bien faire passer nos messages aux étudiants et élèves: l'utilisation des applications informatiques, des logiciels de Calculs ou jeux mathématiques à base de l'intelligences Artificielle , peuvent être très utiles...

Conclusions

- D'autres méthodes de Ibn Al Banna peuvent nous donner des idées ...utilisation des expressions mathématiques dans des poésies d'amour:

خطُ الغرام على المشوق مثلثاً
متساوي الأضلاع خَطٌ مُبَرَّرٌ
فغدا ينادي ظبيةً فتاناً
فتكت به عمداً بغير تحرُّر
يا ميّ إن أرسلت سهماً صائباً
من قوس طرف ما لها من مُحَرَّر
تجدي المتيم وَسَطَ دائرة الهوى
وفؤاده فيها كنقطة مَرَكَز

REFERENCES

1. Azizi, Abdelmalek, Histoire de la Cryptographie Arabe au Maroc. Chapitre du livre « Cryptographie : de l'histoire aux applications ». Travaux en cours 80, Hermann Editions 2012..
2. Azizi, Abdelmalek and Azizi, Mostafa, Instance of Arabic Cryptography in Morocco. *Cryptologia*, 35: 1, pp. 47-57, 2011.
3. Azizi, Abdelmalek and Azizi, Mostafa, Instance of Arabic Cryptography in Morocco II. *Cryptologia*, 37: 4, pp. 328-337, 2013.
4. Azizi, Abdelmalek, Arabic Scientific and Technical Heritage in Morocco. *Springer Proceedings in Mathematics and Statistics*. Volume 311, Pages 327 - 334 2020 3rd Moroccan Andalusian Meeting on Algebras and their Applications, MAMAA 2018 Chefchaouen 12 April 2018 through 14 April 2018.
5. Mohammed Ablagh, Raf'e Al Hijab 'an A'emal Al Hissab, Faculté des lettres, Dhar Al Mahraz, Fès, 1994.
6. Djebbar, A., Les Mathématiques au Maghreb à l'époque d'Ibn Al-Banna. Actes du Congrès International Mathématiques et philosophie, Rabat 1982. Editeurs l'ARMATTAN Paris et OKAD Rabat 1987.
7. Djebbar, A., Une histoire de la science arabe. Editions du Seuil, 2001.
8. Djebbar, A., L'Algèbre arabe, Genèse d'un Art. VUIBERT-ADAPT, 2005.
9. Djebbar, A., Les découvertes en pays d'Islam, Editions Le Pommier Paris 2009.
10. Idriss Lamrabet, Fikh Al Hissab de Ibn Mon'im, Dar Al Aman, 2006.

Parmi mes dernières feuilles de cours

avant la mise à la retraite

Abdelmalek Azizi

Université Mohammed Premier,

Oujda, Maroc

Les mathématiques ... je me souviens

Merci